

LXII олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии

МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 15 января 2015 года
VIII класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

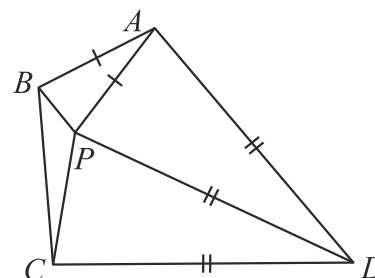
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Чтобы попасть из пункта А в некоторый пункт есть две возможности:

- 1) преодолеть расстояние пешком, сразу начав движение,
- 2) подождать некоторое время и приехать в назначенный пункт.

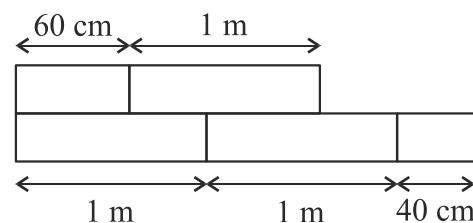
Скорость при движении пешком всегда постоянная, скорость при движении на транспортном средстве также всегда постоянная, время ожидания всегда одно и то же. Наименьшее время, которое необходимо затратить на путь длиной 1 км равно 10 минутам, на путь в 2 км равно 15 минутам, на путь в 3 км равно 17,5 минутам. Найди наименьшее время, которое необходимо затратить на путь длиной 9 км.

2. Дано пять положительных целых чисел. Известно, что сумма двух первых чисел равна 13. Третье число составляет треть от суммы всех пяти чисел, четвертое число составляет четверть от суммы всех пяти чисел и пятое число составляет пятую часть от суммы всех пяти чисел. Найди сумму всех пяти данных чисел.



3. В четырехугольнике $ABCD$ отмечена точка P так, что $DA = DP = DC$ и $AP = AB$. Известно, что $\angle ADP = \angle CDP = 2x^\circ$, $\angle BAP = (x + 5)^\circ$ и $\angle BPC = (10x - 5)^\circ$. Найди значение x .

4. У Петра были паркетные плитки длиной 1 м и шириной 25 см. Ими необходимо было покрыть пол прямоугольной формы длиной 12,75 м и шириной 2,4 м так, чтобы длинная сторона паркетной плитки была параллельна стороне пола длиной 2,4 м. Если в конце ряда плитка целиком не помещалась, то только тогда Петр разрезал плитку на две части и следующий ряд начинал всегда с отрезанной части плитки. На рисунке представлен первый ряд и часть второго ряда паркета. Сколько паркетных плиток, которые Петр не разрезал, оказалось на готовом полу?



Примечание: считать, что расстояние между плитками 0 мм и разрез всегда точный.

5. В левую верхнюю ячейку квадратной таблицы вписана буква А, в правую нижнюю ячейку – буква В, а в остальные белые ячейки таблицы вписаны числа 10, 11, 12, 13 или 14 способом, указанным на рисунке. Из ячейки таблицы можно двигаться в соседнюю ячейку, которая расположена справа или снизу от данной. Двигаясь из ячейки А к ячейке В, необходимо складывать числа, записанные в пройденных белых ячейках и за каждую пройденную темную ячейку прибавлять 5. Обоснуй, что в данной таблице не найдется возможности попасть из ячейки А в В так, чтобы полученная сумма оказалась равна 111.

| | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| А | | 11 | | 10 | | 12 | | 10 |
| | 10 | | 13 | | 10 | | 11 | |
| 10 | | 10 | | 12 | | 11 | | 13 |
| | 14 | | 10 | | 10 | | 12 | |
| 10 | | 12 | | 14 | | 10 | | 10 |
| | 13 | | 10 | | 11 | | 11 | |
| 11 | | 13 | | 12 | | 10 | | 14 |
| | 10 | | 14 | | 10 | | 13 | |
| 12 | | 10 | | 10 | | 12 | | В |